

خلاصه بحث مجانب و پیوستگی

با عرض سلام و خسته نباشید خدمت دانشجویان و کاربران محترم وب سایت سری عمومی، امیدوارم تا اینجا با برنامه ما هماهنگ شده باشید. امروز می خواهیم نکات مهم و پرکاربرد بحث مجانب و پیوستگی را با هم بررسی کنیم. خب همانطور که احتمالا خودتان متوجه شده اید؛ برای حل مسایل این فصل تسلط بر روی مبحث حد ضروری است، به همین دلیل به شما عزیزان یادآور می شویم که مبحث حد را به خوبی یاد بگیرید.

مجانب

حداکثر تعداد مجموع تعداد مجانب های افقی و مایل یک تابع، برابر عدد دو است ولی این قاعده در مورد مجانب های قائم صادق نیست و به عنوان مثال تابع $y = \tan(x)$ بی نهایت مجانب قائم دارد.

الف) مجانب قائم

- ۱- در توابع کسری، ریشه های مخرج که ریشه صورت نباشند، حتما مجانب قائم هستند (تمرین های ۱.الف و ۲ را یک بار دیگر حل کنید)
- ۲- در توابع لگاریتمی به فرم $y = \log_a^f(x)$ ، جواب معادله به صورت $f(x) = 0$ کاندیدا های مجانب قائم هستند.
- ۳- در توابع لگاریتمی به فرم $y = \log_{g(x)}^a$ ، جواب معادله به صورت $g(x) = 1$ کاندیدا های مجانب قائم هستند.
- ۴- دقت کنید که اگر در مخرج یک کسر تابع لگاریتمی داشتیم و یا در تابع لگاریتمی یک کسر داشتیم، کاندیدی را از قلم نندازید (تمرین ۱.ب را یک بار دیگر حل کنید).

و حرف آخر برای مجانب قائم؛

خط $x = a$ مجانب قائم تابع $f(x)$ است، هرگاه:

$$\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \pm \infty \quad \text{یا} \quad \lim_{x \rightarrow a^-} f(x) = \pm \infty$$

ب) مجانب افقی

مجانب های افقی تابع $f(x) = \frac{|x^2| + \sqrt{3}}{\sqrt{3x^2 - 1}}$ با توجه به مطالب زیر برابر $y = \frac{\sqrt{3}}{3}$ و $y = -\frac{\sqrt{3}}{3}$ می باشد.

برای تعیین مجانب های افقی کافی است حد تابع را یک بار در مثبت بی نهایت و یک بار در منفی بی نهایت به طور جداگانه محاسبه کنیم:

$$\text{خط } y = b \text{ مجانب افقی است } \lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = b \quad \text{یا} \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = b$$

ج) مجانب مایل

اگر حد یک تابع در مثبت یا منفی بی نهایت نامتناهی (بی نهایت) شد، آن تابع می تواند مجانب مایل داشته باشد و در غیر اینصورت مجانب مایل ندارد. مجانب مایل، یک خط به صورت $y = ax + b$ است که شیب و عرض از مبدا آن از روابط ارائه شده در صفحه ۷۹ به دست می آید. دقت کنید a باید مخالف صفر و b نیز یک عدد باشد. (لطفا یکبار دیگر تمرین های ۵ و ۶ را حل کنید)

مجانب مایل عبارت $f(x) = \frac{2x^2 - 3}{7x + 4}$ با توجه به نکته زیر $y = \frac{2}{7}x - \frac{1}{49}$ به دست می آید:

نکته: در توابع کسری اگر درجه صورت کمتر یا مساوی درجه مخرج باشد مجانب مایل نداریم ولی مجانب افقی داریم اما اگر درجه صورت یک واحد یا بیشتر از درجه مخرج بود فقط کافیت صورت را بر مخرج تقسیم کنیم و خارج قسمت همان مجانب مایل ماست که بدنبالش می گشتیم.

تذکر مهم: یک تابع کراندار نه مجانب قائم دارد نه مجانب مایل مثل تابع $y = \sin x$

پیوستگی

به طور خلاصه پیوستگی تابع $f(x)$ در نقطه x_0 یعنی: $\lim_{x \rightarrow x_0} f(x) = f(x_0)$

پیوستگی توابع خاص

۱- **تابع جز صحیح:** نقاطی که عبارات داخل براکت را صحیح می کنند، نقاط ناپیوستگی هستند مگر آنکه نقطه مینیمم نسبی عبارت داخل براکت باشند (تمرین های ۱۶ و ۱۸ را مرور کنید)

۲- **توابع چند ضابطه ای:** اگر حد راست یک نقطه مرزی در این توابع برابر مقدار حد بود، پیوستگی راست و اگر حد چپ یک نقطه مرزی در این تابع برابر مقدار حد بود پیوستگی چپ داریم.

با ما همراه باشید

با آرزوی موفقیت برای شما