

خلاصه کاربرد مشتق

با عرض سلام خدمت دانشجویان عزیز و محترم؛ در فصل چهارم نوع سؤالاتی که مطرح هستند مربوط به کاربرد مشتق می‌باشند و نکات مهم آن عبارتند از:

معادله خط قائم بر منحنی $f(x) = 5^x$ طبق مورد زیر برابر $y = -\frac{1}{\ln(5)}x + 1$ به دست آوردن معادله خط مماس و قائم بر یک تابع در نقطه (x_0, y_0) واقع بر آن است که از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\text{معادله خط مماس: } y - y_0 = f'(x_0)(x - x_0)$$

$$\text{معادله خط قائم: } y - y_0 = -\frac{1}{f'(x_0)}(x - x_0)$$

نکته: اگر $f'(x_0) = 0$ یا $\lim_{x \rightarrow x_0} f'(x) = \infty$ آنگاه $x = x_0$ خط قائم و $y = y_0$ خط مماس گاهی برای محاسبه شیب خط مماس و قائم استفاده از

روابط مشتق ضمنی، پارامتری، لگاریتمی ویا توابع معکوس لازم است. (برای درک بهتر این مورد لطفاً تمرین های ۶ و ۷ را بازبینی کنید)

کاربرد دیگر مشتق تعیین صعودی یا نزولی بودن منحنی $f(x)$ است:

الف) اگر $f'(x) > 0$ تابع صعودی

ب) اگر $f'(x) < 0$ تابع نزولی

نکته: اگر یک تابع در یک بازه یکنوا (صعودی یا نزولی) باشد؛ آنگاه در آن بازه یک به یک و معکوس پذیر است.

نقاط بحرانی یک تابع عبارتند از:

الف) نقاطی که مشتق تابع در آن ها صفر می‌شود یا اینکه مشتق در آنها تعریف نمی‌شود.

ب) نقاط ابتدا و انتهای بازه. (توجه: در تعیین نقاط بحرانی باید توجه داشت که حتماً نقاط مورد نظر باید عضو دامنه باشند) لطفاً تمرین های ۱۶ و ۱۷ را بازبینی کنید.

برای یافتن نقاط اکسترمم نسبی (ماکزیمم و مینیمم نسبی) و مطلق (ماکزیمم و مینیمم مطلق) باید:

۱. ابتدا نقاط بحرانی تابع را بدست آورده به شرطی که در این نقطه پیوسته باشد.

۲. آزمون مشتق اول و دوم را استفاده کنید و سپس برای بدست آوردن ماکزیمم یا مینیمم مطلق کافی است.

مقدار این تابع را در این نقاط به دست آورید؛ کمترین و بیشترین مقدار به ترتیب مینیمم مطلق و ماکزیمم مطلق می‌باشد. (لطفاً تمرین ۲۰ را دوباره حل کنید)

نکته: در به دست آوردن نقاط عطف مشتق دوم تغییر علامت می‌دهد، همچنین در صورت وجود مشتق دوم؛ مقدارش صفر است (تمرین

۲۱، ۲۲ و ۲۳ را بازبینی کنید)

در مورد سؤالاتی که کاربرد قضیه مقدار میانگین در آن ها قابل استفاده است لطفاً تمرین های ۳۲ و ۳۳ را ببینید.

برای حل سؤالاتی که تعداد ریشه های یک معادله را از شما می‌خواهد از روشهای زیر استفاده می‌کنیم:

الف. رسم نمودار و یافتن تلاقی دو نمودار (لطفاً تمرین ۳۴ را ببیند)

ب. با استفاده قضیه بولتزانو (تمرین ۳۷ را بازبینی کنید)

ج. با استفاده از قضیه رل (تمرین ۴۱ را دوباره حل کنید)

نکته: اگر $f(x)$ در یک بازه یکنوا باشد، در آن بازه حداکثر یک ریشه دارد.

در سؤالات بهینه سازی مراحل زیر را در نظر بگیرید:

الف. یافتن رابطه اصلی حاکم بر مسئله

ب. استفاده از روابط موجود و تک و متغیره کردن آن رابطه

ج. یافتن ماکزیمم و مینیمم تابع به کمک مشتق گیری (لطفاً برای درک بهتر، تمرین های ۴۶، ۴۷ و ۵۳ را دوباره مرور کنید)