

آزمون چهارم ریاضی

۱- یک صفحه مستطیل شکل کاغذ، باید ۷۲ سانتی متر مربع مطلب چاپی را با حاشیه‌های بالایی و پایینی هر کدام ۲ سانتی متر و حاشیه‌های کناری هر کدام ۱ سانتی متر در برگیرد. با انتخاب چه ابعادی برای این صفحه، کمترین کاغذ مصرف می‌شود؟ (x را طول و عرض را y فرض می‌کنیم)

$$\begin{cases} x=20 \\ y=6 \end{cases} (1) \quad \begin{cases} x=10 \\ y=5 \end{cases} (2) \quad \begin{cases} x=16 \\ y=8 \end{cases} (3) \quad \begin{cases} x=24 \\ y=8 \end{cases} (4)$$

۲- تابع با ضابطه $y = (\sqrt[3]{(x-1)})^4 \sqrt{2x-3}$ ، در کدام نقطه دارای عطف است؟

$$x=1 (1) \quad x=0 (2) \quad x=\frac{5}{2} (3) \quad x=3 (4)$$

۳- بیشترین مساحت از بین مستطیل‌های محاط در بیضی به معادله $\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1$ کدام است؟

$$6 (1) \quad 12 (2) \quad 18 (3) \quad 24 (4)$$

۴- حاصل انتگرال $\int_1^4 \frac{x^2+1}{(x^3+3y+5)^{\frac{1}{2}}} dx$ کدام است؟

$$1 (1) \quad 2 (2) \quad 3 (3) \quad 4 (4)$$

۵- اگر $\int_{-L}^{1-L} x(x+L)^{1000} dx = 0$ و $L \geq 0$ ، آنگاه L کدام است؟

$$0 (1) \quad \frac{1000}{999} (2) \quad \frac{1001}{1000} (3) \quad \frac{1001}{1002} (4)$$

۶- اگر $\int_{\ln 2}^x \frac{dx}{\sqrt{e^x-1}} = \frac{\pi}{6}$ آنگاه x کدام است؟

$$2 \ln 2 (1) \quad \ln 3 (2) \quad \ln 5 (3) \quad \ln 6 (4)$$

۷- حاصل انتگرال $\int e^x \cosh x dx$ برابر است با:

$$2e^x \cosh^2 x + C (1) \quad 2e^x - \cosh x + C (2) \quad e^x + \sinh x + C (3) \quad \frac{1}{2} e^{2x} + \frac{1}{2} x + C (4)$$

۸- اگر $12 = 4y^2 + 3x^2 + y''$ و y'' موجود باشند آنگاه:

$$8y^2 y'' + 9 = 0 (1) \quad 16y^2 y'' + 9 = 0 (2) \quad 12y^2 y'' + 9 = 0 (3) \quad 4y^2 y'' + 9 = 0 (4)$$

۹- اگر $f(x) = \sin x$ و $g(x) = \cos x$ و $h = \max(f, g)$ ، آنگاه:

$$(1) \quad h \text{ در } \frac{\pi}{4} \text{ مشتق پذیر است.} \quad (2) \quad h \text{ در } \frac{\pi}{4} \text{ ناپیوسته است.}$$

$$h'_+ \left(\frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} (3) \quad h'_- \left(\frac{\pi}{4} \right) = -\frac{\sqrt{2}}{2} (4)$$

۱۰- فرض کنید $\mathbb{R} \rightarrow (0, +\infty)$ که $f(x) = (1 + \frac{1}{x})^{x+1}$ ، در این صورت:

$$(1) \quad f(x) \text{ تابعی نزولی است.} \quad (2) \quad f(x) \text{ تابعی صعودی است.} \quad (3) \quad f(x) \text{ بر } (e, +\infty) \text{ صعودی و بر } (e, +\infty) \text{ نزولی است.} \quad (4) \quad f(x) \text{ بر } (0, e) \text{ نزولی و بر } (e, +\infty) \text{ صعودی است.}$$

موفق باشید